

# 2022年研究生入学考试

## 高等数学(微积分)基础班习题课

2021年2月

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

# 第四部分 常微分方程

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

76、设  $y(x)$  在  $[0, +\infty)$  可导，在  $\forall x \in (0, +\infty)$  处的增量  $\Delta y = y(x + \Delta x)$

-  $y(x)$  满足  $\Delta y(1 + \Delta y) = \frac{y\Delta x}{1 + x} + \alpha$ ，其中  $\alpha$  当  $\Delta x \rightarrow 0$  时是与  $\Delta x$  等价的

无穷小，又  $y(0) = 1$ ，则  $y(x) = \dots (1 + x)[\ln(1 + x) + 1]$



关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

77. 设 $a > 0$ 为常数, 连续函数 $f(x)$ 满足  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ ,  $y = y(x)$  是微分方程

$$y' + ay = f(x) \text{ 的解, 则 } \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = \frac{b}{a}$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

78、若通过点(1,0)的曲线 $y = y(x)$ 上每一点 $(x, y)$ 处切线的斜率等于

$1 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$ , 则此曲线的方程是 ---  $y = x \tan(\ln x)$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

79、方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y^4}$  的通解为 --  $x = y\left(\frac{1}{3}y^3 + C\right)$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

81、方程 $y'' + y' - 2y = (6x + 2)e^x$ 满足 $y(0) = 3, y'(0) = 0$ 的特解 $y = (x^2 + 2)e^x + e^{-2x}$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

82、已知连续函数 $f(x)$ 满足 $\int_0^x f(t)dt = x + \sin x + \int_0^x tf(x-t)dt$ , 则 $f(x) =$

$$\frac{3}{2}e^x + \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

83、设 $y = y(x)$ 是二阶常系数线性微分方程 $y'' + 2my' + n^2y = 0$ 满足

$y(0) = a, y'(0) = b$ 的特解，其中 $m > n > 0$ ，则 $\int_0^{+\infty} y(x)dx = \frac{1}{n^2}(2ma + b)$

84、已知 $y_1 = xe^x + e^{2x}$ ,  $y_2 = xe^x + e^{-x}$ ,  $y_3 = xe^x + e^{2x} - e^{-x}$ 是某二阶线性非齐次微分方程的三个解, 则此微分方程为---  $y'' - y' - 2y = (1 - 2x)e^x$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884

211、已知 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 是方程 $y' + p(x)y = 0$ 的两个不同的特解，  
则该方程的通解为

(A)  $y = Cy_1(x)$ .

(B)  $y = Cy_2(x)$ .

答案：D

(C)  $y = C_1y_1(x) + C_2y_2(x)$ .

(D)  $y = C(y_1(x) - y_2(x))$ .

设 $P(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续，且以 $T$ 为周期，则 $\int_0^T P(x)dx = 0$ 是

答案：C

方程 $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$ 有解 $y = y(x)$ 不恒等于零且以 $T$ 为周期的

(A) 必要非充分条件.

(B) 充分非必要条件.

(C) 充分且必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

设 $y = y(x)$ 是 $y'' + by' + cy = 0$ 的解，其中 $b, c$ 为正常数，则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$

(A) 与解 $y(x)$ 的初值 $y(0), y'(0)$ 有关，与 $b, c$ 无关。

(B) 与解 $y(x)$ 的初值 $y(0), y'(0)$ 及 $b, c$ 均无关。

**答案：B**

(C) 与解 $y(x)$ 的初值 $y(0), y'(0)$ 及 $c$ 无关，只与 $b$ 有关。

(D) 与解 $y(x)$ 的初值 $y(0), y'(0)$ 及 $b$ 无关，只与 $c$ 有关。

214、已知 $y^* = e^{-2x} + (x^2 + 2)e^x$ 是 $y'' + ay' + by = (cx + d)e^x$ 的一个解，则

(A)  $a = 1, b = -2, c = 6, d = 2.$

(B)  $a = 1, b = 2, c = 6, d = -2.$

(C)  $a = 1, b = -2, c = -6, d = 2.$

(D)  $a = 1, b = -2, c = 6, d = -2.$

答案：A

**215、** 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  连续, 在  $(0, +\infty)$  有连续导数且

$$x \int_0^1 f(tx) dt + 2 \int_0^x f(t) dt = xf(x) + x^3, \text{ 则可得} \quad \text{答案: C}$$

(A)  $f(x) = Cx^2 - 3x^2 \ln(1+x) (x \in [0, +\infty))$ , (C为任意常数).

(B)  $f(x) = x^2 - 3x^2 \ln(1+x) (x \in [0, +\infty))$ .

(C)  $f(x) = \begin{cases} Cx^2 - 3x^2 \ln x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , (C为任意常数).

(D)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x^2 \ln x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ .

**216、** 设  $L$  是连接两点  $A(0,1)$  与  $B(1,0)$  的一条凸弧， $P(x,y)$  是  $L$  上的任意一点，已知凸弧  $L$  与弦  $AP$  围成的平面图形的面积等于  $x^4$ ，则  $L$  的方程是

**答案：C**

- (A)  $y = 1 - 3x + 4x^3$ .      (B)  $y = 1 - 3x + 3x^3$ .  
(C)  $y = 1 + 3x - 4x^3$ .      (D)  $y = 1 + 4x - 3x^3$ .

217、设 $a, b, c$ 为待定常数，微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 3x - 2e^x$ 的特解具有形式

(A)  $(ax + b)e^x$ .

(B)  $(ax + b)xe^x$ .

(C)  $(ax + b) + ce^x$ .

(D)  $(ax + b) + cxe^x$ . **答案：D**

**218、** 已知曲线  $y=y(x)$  经过原点，且在原点的切线平行于直线

$2x-y-5=0$ ，而  $y(x)$  满足微分方程  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$ ，则此曲线的方程是

(A)  $y = \sin 2x$  .

(B)  $y = \frac{1}{2}x^2 e^{2x} + \sin 2x$  . **答案： C**

(C)  $y = \frac{x}{2}(x+4)e^{3x}$  .

(D)  $y = (x^2 \cos x + \sin 2x)e^{3x}$  .

219、

设 $f_1(x), f_2(x)$ 为方程 $y'' + py' + qy = 0$ 的两个特解， $C_1, C_2$ 是两个任意常数，则 $C_1f_1(x) + C_2f_2(x)$ 是该方程通解的充分条件是 **答案：D**

- (A)  $f_1(x)f_2'(x) - f_2(x)f_1'(x) = 0$ . (B)  $f_1(x)f_2'(x) + f_2(x)f_1'(x) = 0$ .  
(C)  $f_1(x)f_2'(x) + f_2(x)f_1'(x) \neq 0$ . (D)  $f_1(x)f_2'(x) - f_2(x)f_1'(x) \neq 0$ .

若 $A, B$ 为非零常数， $C_1, C_2$ 为任意常数，则方程 $y'' + k^2 y = \cos x$ 的通解可能具有形式

答案：C

- (A)  $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + A \sin x + B \cos x$  .
- (B)  $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Ax \cos x$  .
- (C)  $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Ax \sin x$  .
- (D)  $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Ax \sin x + Bx \cos x$  .

221、设 $A, B$ 都是不等于零的常数，则方程 $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$ 有特解

(A)  $y^* = xe^x (A \cos 2x + B \sin 2x)$ .

答案：D

(B)  $y^* = e^x (A \cos 2x + B \sin 2x)$ .

(C)  $y^* = Axe^x \cos 2x$ .

(D)  $y^* = Axe^x \sin 2x$ .

222 具有特解 $y_1 = e^{-x}$ ,  $y_2 = 2xe^{-x}$ ,  $y_3 = 3e^x$ 的三阶常系数齐次线性微分方程是

- (A)  $y''' - y'' - y' + y = 0$ .      (B)  $y''' + y'' - y' - y = 0$ .      **答案：B**  
(C)  $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$ .      (D)  $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$ . (数学一、二)

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园  
客服微信号：kaoyan4884